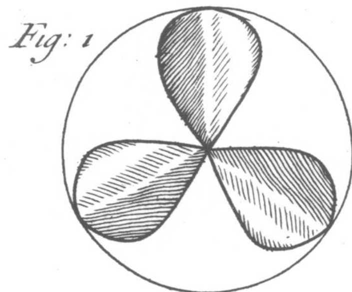
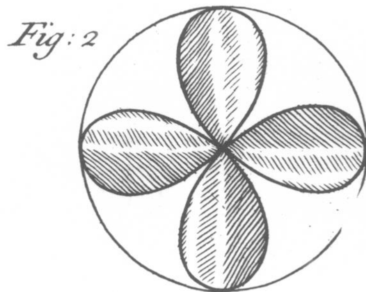
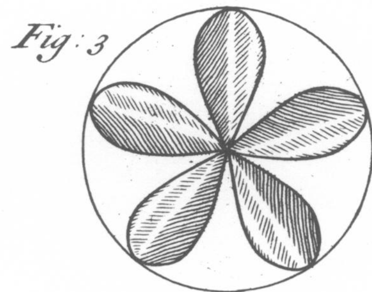
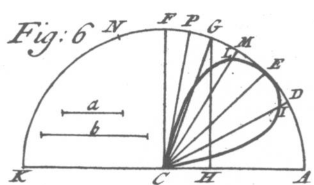
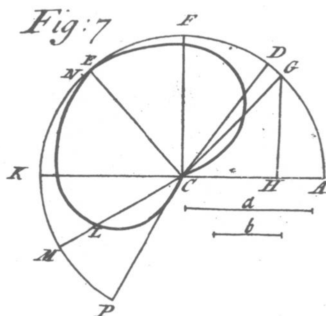
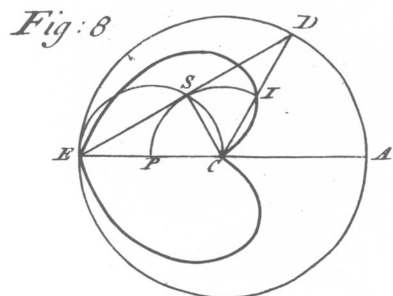

Fig: 1

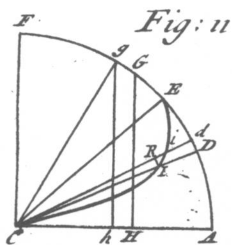

Fig: 2

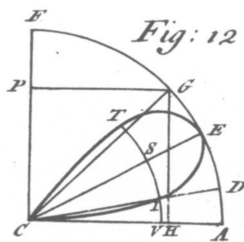

Fig: 3

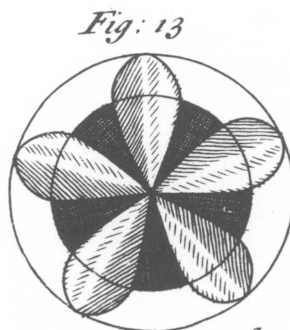

Fig: 6
N
F
P
G
M
L
E
D
I
a
b
K
C
H
A

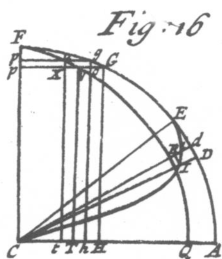

Fig: 7
F
E
N
D
G
K
C
H
A
a
b
L
M
P

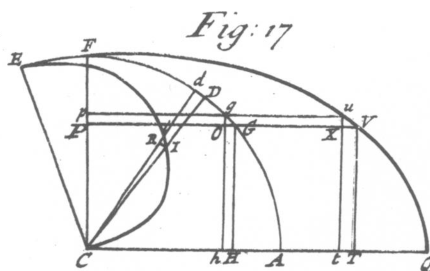

Fig: 8
D
S
I
E
P
C
A

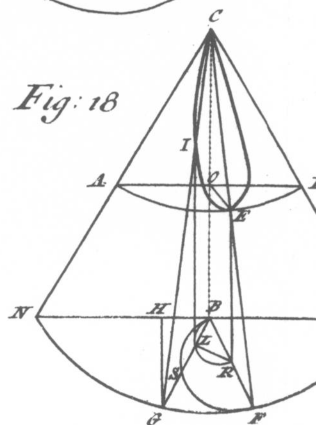

F
Fig: 11
g
G
E
d
D
R
I
C
h
H
A


F
Fig: 12
P
G
T
E
S
D
I
C
V
H
A


Fig: 13


F
Fig: 16
g
G
E
d
D
C
t
T
h
H
Q
A


E
F
Fig: 17
d
D
g
u
V
P
R
I
O
G
X
C
h
H
A
t
T
Q


C
Fig: 18
I
A
O
E
N
H
B
L
S
R
G
F

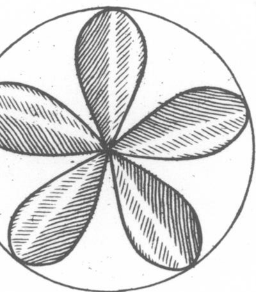


Fig: 4

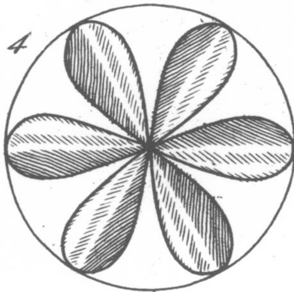
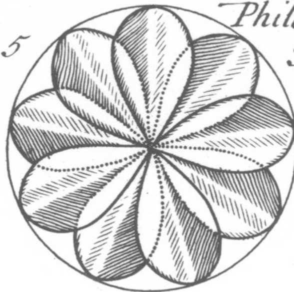


Fig: 5



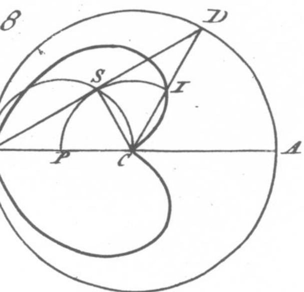


Fig: 9

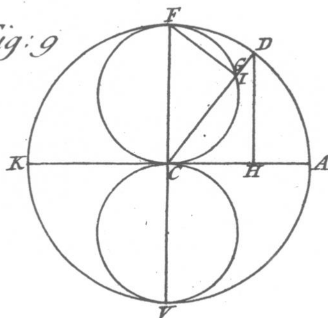


Fig: 10

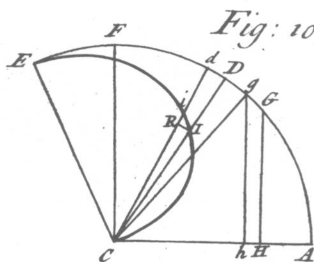


Fig: 13

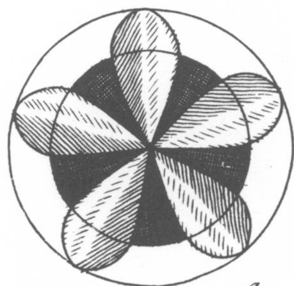


Fig: 14

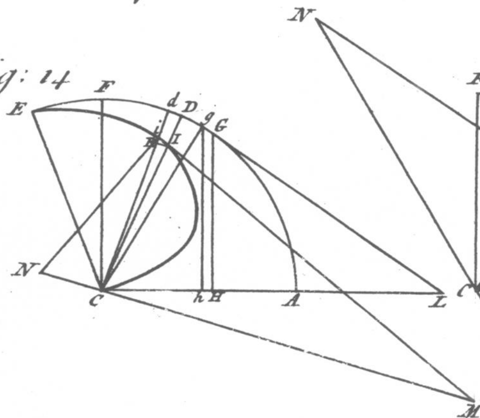


Fig: 15

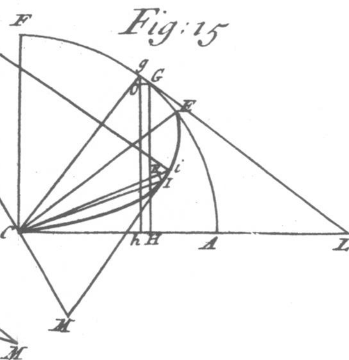


Fig: 18

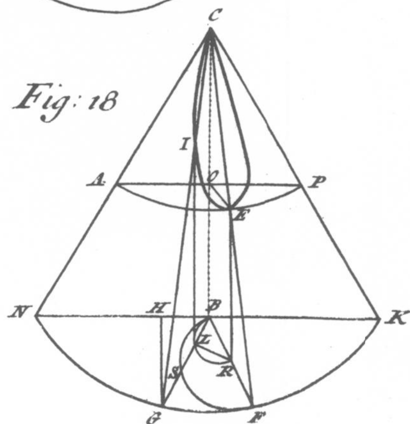


Fig: 19

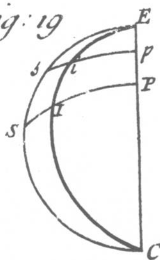
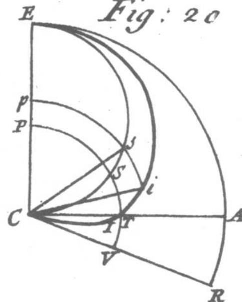


Fig: 20



I. *Florum Geometricorum Manipulus Regiæ Societati exhibitus à* D. Guidone Grandi *Abbate* Camaldulensi, Pisani *Lycæi Mathematico*, *R. S. S.*

SUOS Geometria hortos habet, in quibus æmula (an potius magistra?) naturæ ludere solet, sua ipsius manu flores elegantissimos serens, irrigans, enutriens, quorum contemplatione cultores suos quandoque recreat, ac summa voluptate perfundit. Hos inter bonis avibus & ipse quondam admissus, nonnullos decerpsi flores, vario frondium numero coronatos, quandoque & infinitis foliis sibi per innumeros gyros circumpositis elegantissimè compactos, quorum exiguum hunc saltem manipulum vobis, Viri Clarissimi, offere statui, ut meum vobis obsequium aliquo argumento testatum facerem. An naturæ industria simili fortasse artificio florum, fruticum, arborum folia construere satagat, tali proportione succi nutritii motum temperans, ac dirigens, ut eadem frondium figura dimanet, quales in variis ejusmodi florum geometricorum foliis, juxta varias leges, quibus describuntur. observare licet, Philosophis discutiendum, ac decidendum relinquo, præcipuè verò solertissimis naturæ indagatoribus, qui magni *Neutoni* exemplo naturales leges ex profundioris Geometriæ principiis repetendas sibi meritò persuadent, quibus utique illustrissimus cætus vester, præ aliis maximè abundat. Valete.

DEFINITIONES.

I. *Flores Geometricos* generatim appello quaslibet figuras curvâ quadam per aliquot foliorum, sese ab uno centro expandentium, perimetrum recurrente circumscriptas, quales exhibent Figuræ 1, 2, 3, 4, 5; quos quidem flores, pro numero foliorum, bifolios, trifolios, tetrafolios, pentafolios, exafolios, &c. licebit nuncupare.

II. Cùm porrò innumeris modis ejusmodi flores generari possint, eam genesim hic speciatim consideramus, quæ per ramos a centro floris prodeuntes, æquales verò sinubus angulorum, iis angulis, quos cum data positione linea rami comprehendunt, in data aliqua ratione proportionalium, procedit: cujusmodi curvas *Rhodoneas* dudum appellavimus, eamque proportionem *Rhodoneæ* cuilibet propriam dicimus.

III. *Rhodoneam simplicem* appellamus, quæ una circulatione perficitur, *duplicem* quæ duplici, *triplicem* quæ triplici, & sic deinceps pro numero circulationum.

Itaque ad Rhodonearum descriptionem assumpto quolibet circulo, cujus centrum C (*Vid. Fig.* 6, *&* 7.) & ducto ubilibet radio C D ad radium positione datum C A utcunque inclinato, sit angulus A C D ad angulum A C G (sive arcus A D ad arcum A G) in data ratione *a* ad *b*, ductoque sinu G H, fiat C I æqualis G H; erit punctum I ad Rhodoneam supra definitam.

Ejusmodi Rhodonearum proprietates præcipuas enucleabimus, nec non spatia, & perimetros breviter dimetiemur sequentibus propositionibus.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si fuerit arcus E A ad quadrantem A F (ſive angulus E C A ad rectum) ut *a* ad *b*, erit E C unus e maximis ramis Rhodoneæ, ſive erit E apex unius ex ejus foliis. (*Vid. Fig.* 6, *&* 7.)

Nam ex deſcriptione patet, ponendum eſſe ramum C E æqualem F C ſinui quadrantis A F, qui omnium ſinuum eſt maximus.

PROPOSITIO II.

Quodlibet folium Rhodoneæ circa axem C E hinc inde æquali, uniformi, & ſimili expanſione ſpargitur.

Factis enim hinc inde æqualibus angulis E C M, E C D, ob arcus æquales interceptos E M, E D, ſi fuerit arcus A M ad A N, ut A E ad A F, ut A D ad A G, nempe in data ratione *a* ad *b*, etiam reſidua E M, F N, itemque E D, F G in eadem ratione erunt, adeoque cùm antecedentia E M, E D æqualia ſint, etiam conſequentia F N, F G invicem æquabuntur, uti & reſidua ad quadrantes N K, G A, quorum ſinubus cùm æquari debeant rami Rhodoneæ C L, C I, & ipſi æquales erunt; quare ab axe C E hinc inde æquali, & uniformi expanſione ſpargitur quodlibet folium Rhodoneæ. Quod erat, &c.

COROLLARIA.

I. Ob æquales arcus E M, E D ſit A E medius Arithmeticus inter A M, A D, qui intercipiunt æquales ramos Rhodoneæ; ideoque horum ſumma illius duplum adæquat, ſive æquatur toti A E P arcui ſectoris circumſcribentis unum Rhodoneæ folium.

 II. Hinc

II. Hinc etiam arcus M P æquatur A D.

III. Et eorundem arcuum A M, A D ſumma ad ſemiperipheriam A N K eſt in data ratione *a* ad *b*, quam habet A E ad quadrantem A F.

IV. Et ſector A P C Rhodoneæ circumſcriptus, eſt ad ſemicirculum in eadem data ratione *a* ad *b*, quam habet arcus A P, ſive ſumma duorum A M, A D ad ſemiperipheriam A N K.

PROPOSITIO III.

Numerus foliorum, quibus integra Rhodonea ſimplex compingitur, eſt ad unitatem, ut 2 *b* ad *a*.

Tot enim folia emergunt ex hac deſcriptione, quot ſectores unicuique folio circumſcripti, intra circulum diſponi poſſunt; ſed quilibet ſector eſt ad ſemicirculum, ex *Coroll.* 3. *præced.* ut *a* ad *b*, adeoque ad circulum ut *a* ad 2 *b*, quare numerus foliorum in una circulatione eſt ad unitatem ut 2 *b* ad *a*. Quod erat, &c.

COROLLARIA.

I. Hinc Rhodoneam ſimplicem deſcribere poſſumus, quæ datum foliorum numerum *m*, puta ſex, complectatur, ſi nempe pro ratione *a* ad *b* aſſumatur ratio 1 ad $\frac{m}{2}$ (in caſu propoſito 1 ad 3) quomodo erit 2 *b* ad *a*, ut *m* ad 1 (in propoſito ut 6 ad 1) adeoque prodibit datus foliorum numerus *m*.

II. Sed & Rhodoneam duplicem, triplicem, quadruplicem, &c. eadem arte componemus, dato foliorum numero in ſe recurrentem, ſi nimirum pro Rhodonea duplici

duplici ſumatur ratio 1 ad $\frac{m}{4}$, exiſtente dato numero *m* impari, alias prodiret Rhodonea ſimplex ſubduplo foliorum numero, quæ in ſecunda circulatione ſibimet ſuperponeretur, per eadem foliorum veſtigia recurrens. Pro Rhodonea triplici ratio 1 ad $\frac{m}{6}$, dummodo numerus *m* non ſit per 3 diviſibilis, alias iterum ſimplex Rhodonea prodiret ſubtriplo foliorum numero contenta. Similiter pro quadruplici Rhodonea ratio 1 ad $\frac{m}{8}$ inſerviet, dumodo numerus *m* ſit impar, alias Rhodonea ſimplex, aut duplex, ut antea oriretur; oportet enim in prima circulatione reſpectu Rhodoneæ duplicis haberi integrum aliquem foliorum numerum cum $\frac{1}{2}$ alterius folii, reſpectu triplicis cum $\frac{1}{3}$, vel $\frac{2}{3}$ folii, reſpectu quadruplicis cum $\frac{1}{4}$, vel $\frac{3}{4}$ alterius folii atque ita pariformiter in aliis.

PROPOSITIO IV.

Si ratio *a* ad *b* non ſit numeris effabilis, ſed arcus D A, G A ſint incommenſurabiles, innumera folia ſibimet per infinitas circulationes advoluta circumponentur.

Quælibet enim circulatio, præter certum foliorum integrorum numerum, partem folii ſuo toti incommenſurabilem comprehendet, nec unquam ad idem punctum deſcriptio revertetur, adeò ut æquatio ejuſmodi curvæ infinitorum ſit graduum. (*Vid. Fig.* 5.)

PROPOSITIO V.

At ſi ratio *a* ad *b* fuerit dupla, prodibit Rhodonea unifolia.

Nam

Nam ex *Prop.* 4. multitudo foliorum eſt ad unitatem ut 2 *b* ad *a*; ſed in hoc caſu *a* eſt 2, & *b* eſt 1, quare multitudo foliorum eſt ad unitatem ut 2 ad 2, ſive ut 1 ad 1; adeoque numerus foliorum eſt unitas. Et ſane arcus E A, qui ſit ad quadrantem A F ut *a* ad *b*, nempe in ratione dupla, eſt ſemiperipheria, adeoque ſemicirculus eſt ſector A F E circumſcriptus ſemifolio, cujus axis E C ex *Prop. prima*, ideoque integro folio circulus integer circumſcribitur.

COROLLARIA.

I. Facilis eſt hujuſmodi Rhodoneæ unifoliæ deſcriptio, ſi ſuper radio E C deſcribatur ſemicirculus, & ducta chorda E S D, in radio C D ponatur C I æqualis intervallo C S; nam cum C S ſit ſinus anguli C E S ad radium C E computatus, ejuſque anguli duplus ſit A C D, erit ramus C I ad Rhodoneam rationis duplæ, juxta geneſim præmiſſam.

II. Unde etiam, ſi centro C, quolibet intervallo C S, in dicto ſemicirculo arcus P S deſcribatur, & tantundem extendatur in I, ut ſint arcus P S, S I æquales, erit punctum I ad Rhodoneam; quippe C S perpendicularis chordæ E D bifariam ſecat in præcedenti deſcriptione angulum E C D; cumque ſit C M æqualis C S, punctum I eſt in arcu circulari, centro C per I, & S tranſeunte, qui continuatus in P remanet bifariam ſectus in S.

III. Et hinc patet, hanc Rhodoneam duplam eſſe circuli ſuper diametro E C deſcripti, ob quoſlibet arcus I S P duplos ipſorum S P, indeque dimidiam circumſcripti circuli, cujus diameter E A; id, quod conſonat infra generaliter demonſtrandis *Prop. octava.*

PROPOSITIO VI.

Ubi ratio *a* ad *b* eſt æqualitatis, efficitur Rhodonea bifolia, quæ nihil aliud eſt, quàm duplex circulus ſubduplæ diametri ad diametrum circuli, qui Rhodoneæ circumſcribitur. (*Vid. Fig.* 9.)

Nam ratio 2 *b* ad *a* erit ratio dupla, ergo ex *Prop. quarta* multitudo foliorum dupla erit unitatis: & ſane deſcripto circa radium F C, velut diametrum, ſemicirculo, quoniam ramus Rhodoneæ C I debet in hoc caſu æquari ſinui ipſiuſmet arcus A D, utique punctum I ad peripheriam dicti ſemircirculi pertinget, adeoque duplex circulus, circa radios F C, C V, velut diametros, deſcriptus, erit locus talium ramorum, id eſt, Rhodoneam ipſam bifoliam conſtituet.

COROLLARIUM.

Etiam hic conſtat Rhodoneam bifoliam dimidiam eſſe circuli circumſcripti, atque adeo æqualem unifoliæ Rhodoneæ præcedentis propoſitionis.

PROPOSITIO VII.

Quodlibet folium Rhodoneæ eſt ad quadrantem circularem ut *a* ad *b*.

Ductis enim radiis infinitè proximis C I D, C *i d*, & ductis ſinubus G H, *g h* correſpondentibus, nempe æquantibus (*Vid. Fig.* 10, & 11.) ramos interceptos C I, C *i*, deſcriptoque concentrico arcu I R, patet fore elementum C I *i* ſemifolii Rhodoneæ ad elementum G H *h g* quadrantis, ut $\frac{1}{2}$ arcus I R ad H *h*, eo quod baſes C *i*, *g h* trianguli elementaris C *i* I, & rectanguli elementaris *g h* H G æquentur; ergo duplum ipſius C I *i* ad G H

h g

bg eſt ut integra R I ad H *b*, nempe in ratione compoſita ex R I ad D *d*, & D *d* ad G *g*, & G *g* ad H *b*; ſed quia G *g* ad H *b* (ex theoria infinitè parvorum) eſt ut radius C *g* ad ſinum *g b*, nempe ut C D ad C I, vel D *d* ad R I, ratio G *g* ad H *b* elidit æqualem ſibi reciprocam R I ad D *d*; quare ſupereſt, ut ratio R I ad H *b* eadem ſit, quæ D *d* ad G *g*; ſed hæc eadem eſt quæ *a* ad *b*, cum in tali ratione ſint, tam A D ad A G, quam A *d* ad A *g*, adeoque & reſidua eandem rationem ſervent; ergo R I ad H *b*, ſive duplum elementare ſpatium C I *i* ad elementum quadrantis G H *b g*, eſt in dicta ratione *a* ad *b*, & hoc ſemper; igitur duplum ſemifolii C I E, nempe integrum folium Rhodoneæ, eſt ad quadrantem, ut *a* ad *b*; Quod erat, *&c.*

COROLLARIA.

I. Hinc ſemifolium C I E ad quadrantem eſt ut $\frac{1}{2}$ *a* ad *b*, (ſive ut *a* ad 2 *b*.

Item ſegmentum Rhodoneæ C I *i* ad ſemiſegmentum circuli A *g b* eſt in eadem ratione *a* ad 2 *b*.

PROPOSITIO VIII.

Quodlibet folium Rhodoneæ medietas eſt ſectoris circularis ſibi circumſcripti, & integra Rhodonea ſimplex medietas circuli, duplex duorum, triplex trium circulorum, &c.

Nam ex *præcedente* quodlibet folium eſt ad quadrantem ut *a* ad *b*, ideoque ad ſemicirculum ut *a* ad 2 *b*, ſed ex *Coroll.* 4. *Prop.* 2. ſemicirculus ad ſectorem folio circumſcriptum eſt ut *b* ad *a*; ergo ex æquo perturbatè quodlibet folium eſt ad circumſcriptum ſectorem, ut *b* ad 2 *b*, ſcilicet in ratione ſubdupla; quare & omnia

folia

folia Rhodoneæ ad omnes circumſcriptos ſectores, id eſt Rhodonea ſimplex ad circulum, duplex ad duos circulos, triplex ad tres, &c. in eadem ſubdupla ratione erit.

Aliter. Numerus foliorum ex *Prop.* 3, eſt ad unitatem, ideoque Rhodonea ipſa ad unum folium (ſi eſt ſimplex) ut 2 *b* ad *a*; ſed folium eſt ad quadrantem circuli, *ex præc.* ut *a* ad *b*, ergo Rhodonea ſimplex eſt ad quadrantem circuli ut 2 *b* ad *b*, ſcilicet in ratione dupla; quare ſimplex Rhodonea æquatur ſemicirculo. Similis diſcurſus Rhodoneis duplicibus, & triplicibus applicari poteſt; nam in illis numerus foliorum eſt ad unitatem ut 4 *b* ad *a*, in his verò ut 6 *b* ad *a*, &c.

COROLLARIA.

I. Quælibet Rhodonea ſimplex cuilibet ſimplici Rhodoneæ eidem circulo inſcriptæ æqualis eſt, quocunque foliorum numero conſtet, ſemper enim æqualis eſt ſpatio ejuſdem ſemicirculi.

II. Item quælibet Rhodonea duplex cuilibet duplici, & quælibet triplex cuivis triplici æqualis eſt, ob eandem rationem; quippe illa ſpecies eſt ſemper circulo æqualis, hæc ſeſquicirculo; & ſic de aliis. Oportet autem in duplici, aut triplici Rhodonea computare ſpatia foliorum, quæ ſibi ſuperponuntur, tanquam diſtincta eſſent.

PROPOSITIO IX.

Biſariam ſecto angulo E C A, quem axis folii Rhodoneæ cum tangente C A continet, per rectam C D, & ramo C I deſcripto arcu circulari I S T, erit lunula T E I quadrabilis, nempe ad quadratum radii, ut *a* ad 4 *b*. (*Vid. Fig.* 12.)

 Cum

Cùm ſit enim quadrans F A ad A E, ut A G ad A D, qui eſt ipſius A E ſemiſſis, erit A G medietas quadrantis, ergo quadratum radii C G, vel C D, duplum eſt quadrati ſinus G H, ſive rami C I; ideoque ſector S C I ad ſectorem E C D ſimilem, ut 1 ad 2; ſector vero E C D ad F C G eſt ut *a* ad *b*; hæc enim eſt ratio arcuum E D, G F, ut eadem eſt integrorum E A, F A, & ablatorum A D, A G; ergo ex æquo ſector S C I ad ſectorem F C G erit ut *a* ad 2 *b*, nempe ut ſemifolium C I E ad quadrantem F G A C, vel ut ſegmentum Rhodoneæ C I ad ſegmentum A G H, vel ut reſiduum C E I C ad reſiduum F G H C, quare etiam reliquum ſemifolii S E I eſt ad reliquum triangulum C H G, aut tota lunula ad quadratum C H G P, in eadem ratione *a* ad 2 *b*, & ad quadratum radii C G, quod prædicti quadrati eſt duplum, erit ut *a* ad 4 *b*. Quod erat, &c.

COROLLARIA.

I. Cùm numerus foliorum Rhodoneæ ſimplicis ſit ad unitatem, adeoque etiam ſumma omnium lunularum, quas integra peripheria radio C T deſcripta abſcindit, ad unam lunulam T E I, ut 2 *b* ad *a*; ipſa vero lunula ad quadratum radii ut *a* ad 4 *b*, patet eſſe ſummam dictarum lunularum ad quadratum radii ut 2 *b* ad 4 *b*, nempe ſubduplam; hoc eſt ſummam talium lunularum æquare quadratum ipſum G H C P quadranti inſcriptum.

II. Unde ſumma lunularum, ex una Rhodonea per dictam peripheriam abſciſſarum, æquatur ſummæ lunularum ex qualibet alia Rhodonea, quotcunque foliorum fuerit, eidem circulo inſcripta ſimiliter determinatarum.

III. Cum

III. Cùm ejusdem sectoris E C A medietas sit tam semifolium E I C, quàm sector E C D, vel E D A, nec non sector C S V, fiunt segmentum C I æquale trilineo E I D, & semilunula E S I trilineo C I V æqualis, quod propterea erit pariter quadrabile, utpote ad triangulum C G H in data ratione *a* ad 2 *b*.

IV. Et summa horum trilineorum in qualibet Rhodonea pariter ejusdem erit quantitatis, utpote summæ lunularum ejusdem, vel cujuscunque alterius Rhodoneæ simplicis eidem circulo inscriptæ semper æqualis.

V. Adeoque si illa triangularia foliorum Rhodoneæ interstitia pro foliis computentur, flos inde totidem foliorum perfectè quadrabilis exurget, ut in *Fig.* 13.

PROPOSITIO X.

Ad quodlibet Rhodoneæ punctum I tangentem ducere.

Factum jam sit; ductaque ramo I C (*Fig.* 14, 15.) perpendicularis C M, conveniat cum tangente I M in M; & radio C I arcus I R infinitè parvus describatur usque ad alium ramum C *i* infinitè proximum, sintque ramis C I, C *i* æquales sinus G H, *g h*, & circuli tangens G L occurrat diametro in L. Erit ergo I C ad C M ut *i* R ad R I, nempe in ratione composita ex *i* R, seu *g* O, ad O G (hoc est *g h*, vel *i* C, ad *h* L) & O G, sive H *h*, ad R I (quæ ex *Prop.* 7. est eadem rationi *b* ad *a*) quare *i* C ad C M erit in ratione composita ex *i* C ad *h* L, & ex *b* ad *a*; sed eadem ratio *i* C ad C M componitur quoque ex *i* C ad *h* L, & *h* L ad C M; ergo oportet rationem *h* L, sive H L, ad C M esse datam, scilicet eam, quæ *b* ad *a*, ideoque si fiat, ut *b* ad *a*, ita subtangens circuli H L ad

CM ramo CI perpendicularem, juncta MI erit tangens Rhodoneæ in puncto I; Quod erat faciendum.

COROLLARIA.

I. Si fiat ut *a* ad *b*, ita CH ad CN ramo perpendicularem, juncta NI erit curvæ Rhodoneæ normalis; nam quia HL ad CM est ut *b* ad *a*, & CH ad CN ut *a* ad *b*, erit HL ad CM ut reciprocè CN ad CH; & ideo rectangulum MCN æquabitur rectangulo LHC, id est, quadrato GH, vel quadrato rami CI; ergo juncta NI est tangenti MI, seu curvæ Rhodoneæ in puncto I, perpendicularis.

II. Patet, tangentes angulorum CIM, & LGH, vel GCA semper esse in data ratione *a* ad *b*.

PROPOSITIO XI.

Si fiat ut *b* ad *a*, ita radius AC ad CQ, & semiaxibus FC, CQ describatur quadrans ellipsis FVQ, erit ejus perimetur æqualis perimetro semifolii Rhodoneæ ECI, & partes partibus correspondentibus. (*Vid. Fig.* 16, *&* 17.)

Erit enim ubique etiam GP ad VP, vel *gp* ad *up* in eadem ratione, quæ est AC ad CQ, id est, *b* ad *a*; quare & residua GO, VX in eadem ratione erunt. Quod si infinitè proximæ sint PG, *pg*, GH, *gh*, & correspondentes CI, C*i* cum arcu infinitè parvo IR, quoniam IR ad H*h*, vel GO ex *Prop.* 7. est ut *a* ad *b*, in qua etiam ratione erit VX ad eandem GO, patet ipsas IR, VX æquales fore; cum ergo & sint æquales R*i*, VX (ob æqualitatem quarumvis CI, GH, vel TV, nec non C*i*, *gh*, *tu*) patet subtensas quoque I*i*, V*u* æquales futuras. Singula igitur elementa, tum cur-

væ Rhodoneæ E I C, tum ellipticæ F V Q invicem æquantur; quare & perimeter ſemifolii Rhodoneæ erit quadranti curvæ ellipticæ æqualis, & duo quælibet folia perimetrum habebunt integræ curvæ ellipſeos æqualem; Quod erat, &c.

COROLLARIA.

I. Patet, Rhodoneam eſſe ellipſim quandam contractam; nam ſi confluentibus in centrum C punctis T, *t*, ordinatæ elliptici quadrantis V T, *u t*, in ramos abeant a centro C diductos, quadrans ellipſis in ſemifolium Rhodoneæ contrahetur, eadem curvæ longitudine manente.

II. Hinc iterum patet, Rhodoneam eſſe medietatem ſectoris circularis circumſcripti; eſt enim ſemifolium E I C medietas quadrantis elliptici F V Q C, in quem expanderetur, ſi rami ab eorum centro diſſoluti fierent paralleli, & rectæ C Q perpendiculares; cumque quadrans ellipſis ſit ad quadrantem circularem, ut baſis Q C ad baſim C A, nempe ut *a* ad *b*, in qua etiam ratione eſt ſector E C A ad eundem quadrantem, ex *Prop. prima*, patet, ejuſmodi ſectorem æquari quadranti elliptico, ideoque duplum eſſe inſcripti folii Rhodoneæ.

III. Inſuper colligitur, æquales eſſe foliorum perimetros in Rhodoneis, quarum ratio ſit reciproca, & radii ſuorum circulorum in eadem reciproca ratione ſibi reſpondeant; nam ſi radius C F, vel E C *Figuræ* 17. æquaretur baſi ellipſis C Q *Figuræ* 16, & viciſſim radius C F iſtius æquaret baſim C Q ellipſis alterius *Figuræ*, patet, eandem ellipſim F V utrobique reſultare debere, quippe iiſdem ſemiaxibus deſcriptam, eamque fore utrivis folio iſoperimetram, exiſtente ibi ratione *a* ad *b*,

hic

hic reciprocè *b* ad *a*. Exempli causa, si ratio *a* ad *b* sit subdupla, ut juxta *Prop.* 3. hinc proveniat Rhodonea tetrafolia, radio autem subduplo (adeoque æquali basi quadrantis ellipsis isoperimetræ) vicissim fiat Rhodonea juxta rationem duplam, quæ ex *Prop.* 5. unifolia evadet, erit hæc isoperimetra uni folio illius; nam basis quadrantis elliptici huic respondens basim habebit illius radio æqualem, adeoque eadem curva elliptica utrivis folio æqualis ostenditur.

IV. Si verò in eodem circulo duæ Rhodoneæ describantur, altera juxta rationem *a* ad *b*, altera juxta reciprocam *b* ad *a*, perimetros suarum foliorum habebunt ipsis rationum antecedentibus *a*, & *b* proportionales; nam si primæ Rhodoneæ tertia quædam Rhodonea similis describeretur in circulo, ad cujus radium prioris radius esset ut *a* ad *b*, esset perimetur primæ ad perimetrum tertiæ sibi similis in ipsa ratione radiorum *a* ad *b*. Verùm perimeter hujus tertiæ, ex *Coroll. præced.* æquaretur perimetro secundæ, utpotè reciproca ratione, & juxta reciprocos radios descriptæ, ergo perimeter primæ ad perimetrum secundæ est in eadem ratione *a* ad *b*.

PROPOSITIO XII.

Rhodoneam datæ rationis *a* ad *b* minoris inæqualitatis ex conica superficie secare.

Fiat ut *a* ad *b*, ita radius basis NB ad latus NC coni recti NCK, cujus basis diametro NK sit perpendicularis radius BF, (*Vid. Fig.* 18.) qui sit ad BR ut *b* ad *a*, & circa diametros BR, BF describantur semicirculi BLR, BSF, quos secet quilibet radius BG in punctis L, S, sitque GH diametro NK perpendicularis. Si super circulo BLR erecta superficies cylindrica intelligatur secare conicam in communi sectione

 CIE,

C I E, erit hæc (in planum explicata) ipſamet Rhodonea propoſitæ rationis. Nam communes ſectiones cylindricæ illius ſuperficiei cum planis triangulorum C B G, C B F per axem coni C B tranſeuntium, erunt rectæ L I, R E ipſi axi parallelæ, ideoque tam C I, ad B L, quàm C E ad B R erunt ut latus coni ad radium baſis, ſcilicet ut *b* ad *a* *ex conſtructione*, ſive ut F B ad B R, ſive S B ad B L; adeoque C E æquatur B F, & C I æquatur B S, ſive ſinui G H. Explicata autem ſuperficie conica in planum ſectorem circularem ipſi æqualem, radio C N deſcriptum, ejus angulus planus N C G ſubtendetur eodem arcu N G, ſubtendente in baſi coni angulum N B G; adeoque ut B N ad N C, ſive ut *a* ad *b*, ita erit angulus N C G ad ipſum N B G, cujus ſinui G H, ut vidimus, æquatur ramus C I folii C I E, cujus maximus ramus C E æquat radium B F circuli baſis; quare folium ipſum ad Rhodoneam pertinet in data ratione *a* ad *b* deſcriptam; Quod erat, &c.

COROLLARIA.

I. Cùm ſit etiam C E ad E O, ut C F ad F B, ut *b* ad *a*, ut F B ad B R ſintque C E, F B æquales, itidem æquales erunt B R, E O, & ſemicirculus B L R quarta pars erit ſemicirculi A E P duplum diametrum habentis, ſive erit medietas quadrantis A E O; eſt verò (ex noſtra Appendice de Fornicibus conicis, quam *Vivianeis* ſubjunximus jam inde ab anno 1698) ſuperficies conica A D E C ad ſuam baſim A D E O, ut ſuperficies ſemifolii C I E ad ſuam ichnographiam B L R, nempe in eadem ratione lateris coni ad radium baſis; ergo cum A D E O dupla ſit B L R, & ſuperficies A D E C ipſius ſemifolii C I E dupla erit, ut aliunde ſupra demonſtravimus ſectorem folio circumſcriptum illius duplum eſſe.

II. Cùm

II. Cùm oftenfum fit effe angulum ACI ad NBG, uti & ACE ad NBF, in data ratione *a* ad *b*, patet etiam in eadem ratione effe angulum reliquum ICE ad reliquum SBF, exiftente (ut probavimus) ramo CI æquali ipfi BS; (*Vid. Fig.* 19.) unde fi femicirculi CSE, in arcus concentricos, centro C defcriptos, refoluti, arcus quilibet PS, *ps* dividantur ad puncta I, *i*, ut fit femper PI ad PS, *pi* ad *ps* in data illa ratione *a* ad *b*, erunt puncta I, *i* fic inventa ad curvam Rhodoneam.

III. Imo etfi ratio *a* ad *b* majoris fit inæqualitatis, adhuc Rhodoneas ope femicirculi defcribere licebit generalius quam in *Coroll.* 2. *Prop.* 5. fi arcus PS, *ps* producantur ad puncta I, *i*, ut fint PI ad PS, *pi* ad *ps* in data ratione *a* ad *b*. Facto enim arcu EAR ad quadrantem EA in eadem ratione, ductoque radio CR, fiet angulus RCE ad ACE, ut angulus ICE ad angulum SCE. adeoque & reliquus *i* CR ad reliquum *s* CA, cujus finus æquatur C *s*, five C *i*, in eadem ratione erit *a* ad *b*; ideoque puncta I, *i* funt ad Rhodoneam datæ rationis.

IV. Et fi arcus illi PS, *ps* in femicirculo defcripti, tum dividantur in ratione *a* ad *b*, tum augeantur in reciproca ratione *b* ad *a*, curvæ interioris longitudo ad longitudinem exterioris erit ut *a* ad *b*, per *Coroll.* 4. *Prop. præcedentis.*

SCHOLION.

Verùm hæc, pro inftituto noftro, circa hujufmodi curvas delibaffe fufficiat: quanquam alia etiam Rhodonearum fymptomata enucleare in promptu effet, uti & alias florum fpecies diversâ genefi efformatas exhibere facilè

 foret,

foret, quorum etiam folia (ut postremâ propositione folia Rhodonearum circa conicam superficiem advoluta dedimus) circa aliquam conoidalem superficiem convoluta describere possemus, & quandam foliorum in calice floris latentium imaginem adumbrare, nisi jam tædio Lectorum parcendum esset. Unum hoc admonere non prætermittam, quod ex ultimò proposita generali foliorum Rhodoneæ descriptione simplicissima ex circulo derivata, suspicari quis non immeritò posset etiam prima naturalium foliorum stamina, quæ in floris, aut fruticis semine latent, non necessariò similia esse foliis ipsis conspicuis, & jam germinantibus, sive adultis; sicut enim si florum, & fruticum folia nostras Rhodoneas reipsa imitarentur, posset quis concipere, illorum prima stamina seminibus cujuslibet speciei inclusa simplicissima circulari figurâ infinitè parvâ circumscribi, sed mox peculiari vi cujuslibet singularis speciei, dum germinant, ita determinari succum nutritium, ut dum in longum eorum axis extenditur, per quasdam undas, sive gyros, ipsi origini sui pedunculi, velut centro, circumpositos, expandatur, eosque semper in determinata ratione, vel arctiores, vel ampliores, quàm si circularis primorum staminum figura retinenda esset: quo posito talis species foliorum Rhodoneæ, ac talis numerus, & forma exurgeret, qualem ratio illa determinaret. Ita etiamsi alia lege florum, & fruticum frondes natura moliatur, non necesse est earum figuram, usque ad ipsa prima earundem stamina, ex quibus germinant, observari; sed illa in quibuslibet unius certæ, ac determinatæ figuræ esse posset, quæ tantum pro diversa vi, determinante in ipsis expansionem succi nutritii, in singulis speciebus varianda foret, juxta diversam rationem, quæ per ipsorum staminum fibras dirigeretur. Sed ne extra chorum saltemus, hæc Philosophis innuisse sufficiat.